

Всероссийская олимпиада школьников

Школьный этап

8 класс.

(продолжительность работы 3 урока – 135 минут)

1. Найдите угол между часовой и минутной стрелками в 7 ч 38 мин.

Решение: Часовая стрелка проходит за час 30° , а за минуту - $0,5^\circ$. Значит к данному моменту времени она прошла $7 * 30^\circ + 38 * 0,5^\circ = 229^\circ$ от положения в полночь. Минутная стрелка проходит за минуту 6° , т.е. за 38 минут - 228° . Значит искомый угол равен 1° .

Ответ: 1° .

2. Все трехзначные числа записаны в ряд: 100 101 102 ... 998 999.

Сколько раз в этом ряду после двойки идет нуль?

Решение: Так как трехзначное число не может начинаться с нуля, то двойка, после которой идет нуль, не может находиться в разряде единиц. Пусть двойка стоит в разряде десятков, тогда таких чисел 9: 120 220 320 ... 920. Если двойка стоит в разряде сотен, то таких чисел 10: 200 201 202 ... 209. Таким образом нуль после двойки будет встречаться 19 раз.

Ответ: 19 раз.

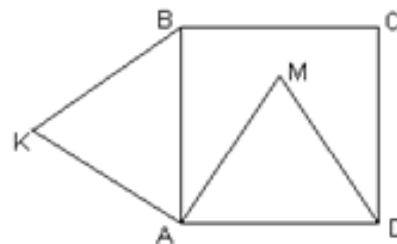
3. Женя и Антон учатся в одном классе. У Антона одноклассников вчетверо больше, чем одноклассниц. А у Жени одноклассниц на 17 меньше, чем одноклассников. Кто Женя: девочка или мальчик?

Решение: Пусть у Антона x одноклассниц, тогда одноклассников – $4x$. Предположим, что Женя – мальчик, тогда одноклассниц и одноклассников у него столько же, сколько у Антона. Из условия задачи следует, что $4x - x = 17$. Так как 17 не делится на 3, то это уравнение не имеет натуральных решений, то есть наше предположение неверно.

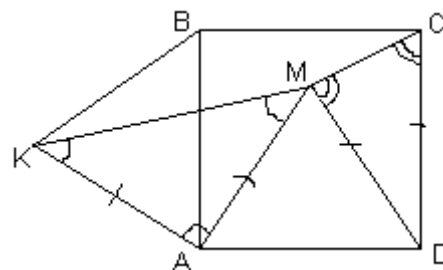
Предположим, что Женя – девочка, тогда у нее $(x - 1)$ одноклассница и $(4x + 1)$ одноклассник. Следовательно, $(4x + 1) - (x - 1) = 17 \Leftrightarrow 4x - x + 2 = 17 \Leftrightarrow x = 5$. Таким образом, при таком предположении условие задачи выполняется.

Ответ: девочка.

4. ABCD – квадрат. Треугольники AMD и АКВ – равносторонние (см. рис.). Верно ли, что точки С, М и К лежат на одной прямой?



Решение: Проведем отрезки МК и МС и докажем, что $\angle KMC$ – развернутый (см. рис.). Так как сторона каждого равностороннего треугольника равна стороне квадрата, то треугольники КАМ и МDC – равнобедренные с основаниями КМ и МС соответственно. Заметим, что $\angle КАМ = \angle КАВ + \angle ВАМ = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$, а $\angle МDC = 30^\circ$. Следовательно, $\angle КМА = 45^\circ$, $\angle DMC = 75^\circ$. То есть, $\angle KMC = \angle КМА + \angle AMD + \angle DMC = 45^\circ + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ$, то есть, точки С, М и К лежат на одной прямой.



5. Верно ли равенство: $3^{100} + 7^{100} = 8^{100}$? Ответ обоснуйте.

Решение: Нет, так как 3^{100} оканчивается на 1, 7^{100} оканчивается на 1, а 8^{100} оканчивается на 6.